

Marius PERIANU
Grațian SAFTA
Costel ANGHEL

ESENȚIAL
Matematică
clasa a VIII-a

II

art
educațional

Această lucrare a fost realizată în conformitate cu programa școlară în vigoare, aprobată prin ordinul ministrului educației, cercetării și inovării nr. 5097/09.09.2009

Referenți științifici: prof.
drd. Livia Harabagiu

Tehnoredactare:
Cornel Drăghia

Coperta:
Alexandru Daș

ISBN 978-606-8948-66-9

Tiparul executat la:



office@tipografiaeurobusiness.ro
www.tipografiaeurobusiness.ro

Pentru comenzi vă puteți adresa:
Departamentului Difuzare
C.P. 22, O.P. 84, cod 062650, sector 6, București
telefon:
021.224.17.65
0721.213.576
0744.300.870

Toate drepturile asupra acestei lucrări sunt rezervate Editurii Art Educațional.
Nicio parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă, stocată ori transmisă,
sub nicio formă (electronic, mecanic, fotocopiare, înregistrare sau altfel), fără acordul
prealabil scris al Editurii Art Educațional.

© Art Educațional, un imprint al Art Klett SRL, 2018

CUPRINS

ALGEBRĂ Capitolul 1. Funcții

1.1. Noțiunea de funcție	7
1.2. Funcții definite pe mulțimi finite	12
1.3. Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$	15
<i>Teste de evaluare</i>	21
<i>Fișă pentru portofoliul individual (A1)</i>	25
1.4. Probleme cu caracter aplicativ	27

ALGEBRĂ Capitolul 2. Ecuații, inecuații și sisteme de ecuații

2.1. Ecuații echivalente cu ecuația de forma $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$	33
2.2. Ecuația de gradul întâi cu două necunoscute	37
2.3. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute	40
2.4. Ecuația de gradul al doilea cu o necunoscută	43
2.5. Inecuații de gradul întâi cu o necunoscută	56
2.6. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, inecuațiilor și al sistemelor de ecuații	47
<i>Teste de evaluare</i>	53
<i>Fișă pentru portofoliul individual (A2)</i>	55

GEOMETRIE Capitolul 3. Poliedre

3.1. Prisma dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic	59
3.2. Cubul	64
3.3. Prisma regulată	68
<i>Teste de evaluare</i>	73
<i>Fișă pentru portofoliul individual (G1)</i>	75
3.4. Piramida regulată	77
3.5. Trunchiul de piramidă regulată	82
<i>Teste de evaluare</i>	87
<i>Fișă pentru portofoliul individual (G2)</i>	89
3.6. Probleme cu caracter aplicativ	91

GEOMETRIE Capitolul 4. Corpuri rotunde

4.1. Cilindrul	97
4.2. Conul circular drept	101
4.3. Trunchiul de con circular drept	105
4.4. Sfera	109
<i>Teste de evaluare</i>	112
<i>Fișă pentru portofoliul individual (G3)</i>	113
4.5. Probleme cu caracter aplicativ	115

SINTEZE Capitolul 5. Subiecte pentru evaluările finale

5.1. Variante de subiecte pentru teză	119
5.2. Variante de subiecte pentru evaluarea finală	122
5.3. Variante de subiecte pentru examenul de Evaluare Națională	127

Soluții	139
----------------------	-----

CAPITOLUL 1

Funcții

- 1.1. Noțiunea de funcție
- 1.2. Funcții definite pe mulțimi finite
- 1.3. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$

Teste de evaluare

Fișă pentru portofoliul individual (A1)

- 1.4. Probleme cu caracter aplicativ

Competențe specifice vizate

1. Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții;
2. Utilizarea valorilor unor funcții în rezolvarea unor ecuații și a unor inecuații;
3. Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondențe și/ sau a unor funcții în scopul caracterizării acestora;
4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor noțiuni de geometrie plană.

CAPITOLUL 1

Funcții

Tema 1.1.

Noțiunea de funcție

Definiție. Fie A și B două mulțimi nevide. Prin *funcție f definită pe mulțimea A cu valori în mulțimea B* se înțelege orice lege (regulă, procedeu, convenție) prin care fiecărui element $x \in A$ i se asociază un singur element $y = f(x) \in B$.

Prin $f : A \rightarrow B$ vom nota o funcție definită pe A cu valori în B . Mulțimea A se numește *domeniul de definiție* al funcției f , mulțimea B se numește *domeniul de valori* sau *codomeniul* funcției f , iar procedeul (regula) $y = f(x)$ se numește *legea de corespondență* a funcției f . Dacă $x \in A$, elementul $f(x) \in B$ se numește *imaginea lui x prin funcția f sau valoarea funcției f în punctul x .*

Imaginea funcției. Fie $f : A \rightarrow B$ o funcție. *Imaginea* (sau mulțimea valorilor) funcției f este mulțimea: $\text{Im } f = \{f(x) \mid x \in A\}$. În mod evident, $\text{Im } f \subset B$.

Putem scrie și astfel: $\text{Im } f = \{y \in B \mid \exists x \in A \text{ a.î. } y = f(x)\}$.

Graficul funcției. Fie $f : A \rightarrow B$ o funcție. Mulțimea $G_f = \{(x, f(x)) \mid x \in A\}$ se numește *graficul funcției f* . Avem și $G_f = \{(x, y) \mid x \in A, y = f(x)\} \subset A \times B$.

Funcția numerică este o funcție al cărei domeniu de definiție și domeniu de valori ale unei funcții sunt submulțimi ale lui $\mathbb{R}$ (mulțimi de numere).

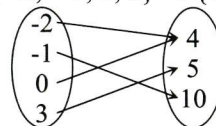
Reprezentarea geometrică a graficului. Dacă $f : A \rightarrow B$ este o funcție numerică, fiecărui element $(x, y) \in G_f$ îi putem asocia un punct $M(x, y)$ într-un reper cartezian. Submulțimea planului formată din toate punctele $M(x, y)$, cu $(x, y) \in G_f$ se numește *reprezentarea geometrică a graficului funcției f* .

Funcții egale. Două funcții $f : A \rightarrow B$ și $g : C \rightarrow D$ sunt *egale* dacă $A = C$, $B = D$ și $f(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in A$. Notăm: $f = g$.

Moduri de definire a unei funcții. Funcțiile pot fi descrise în diverse moduri:

1. Printr-o *diagramă*.

$$f : \{-2; -1; 0; 3\} \rightarrow \{4; 5; 10\},$$



2. Printr-un *tabel*.

$$g : \{-1; 0; 2; 5\} \rightarrow \{1; 2; 3\}.$$

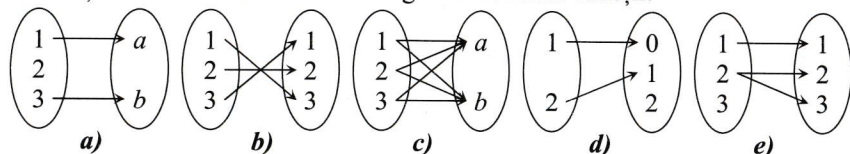
x	-1	0	2	5
$f(x)$	1	2	3	1

3. Prin una sau mai multe formule analitice:

$$h : \{0, 2, 4\} \rightarrow \{0, 4, 16\}, h(x) = x^2; \quad u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, u(x) = \begin{cases} 3x - 5, & \text{dacă } x \leq 1 \\ 2x + 3, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$$

CUNOAȘTERE ȘI EXERSARE

1. Precizați care dintre următoarele diagrame definesc funcții:



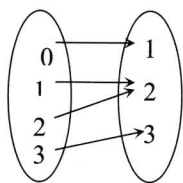
2. Precizați dacă scrierea $f: \{-1; 0; 1; 2\} \rightarrow \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $f(x) = x + 1$, reprezintă o funcție.

3. Se consideră funcția $f: A \rightarrow B$ definită prin tabelul alăturat.

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	3	4	5	6

- a) Domeniul de definiție al funcției f este mulțimea $A = \dots\dots\dots$.
b) Codomeniul cu numărul minim de elemente al funcției f este $B = \dots\dots\dots$.
c) $f(-1) = \dots\dots\dots$.
d) $f(2) = \dots\dots\dots$.

4. În imaginea alăturată este descrisă funcția $f: A \rightarrow B$.



- a) Domeniul de definiție al funcției f este $\dots\dots\dots$.
b) Elementele mulțimii $\text{Im } f$ sunt: $\dots\dots\dots$.
c) Elementele mulțimii G_f sunt: $\dots\dots\dots$.

5. Tabloul alăturat descrie o funcție $f: A \rightarrow B$. Completați spațiile libere:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	4	5	6	7

- a) Elementele mulțimii A sunt: $\dots\dots\dots$.
b) Elementele mulțimii $\text{Im } f$ sunt: $\dots\dots\dots$.
c) Exprimată printr-o formulă, legea de corespondență este $x \rightarrow f(x) = \dots\dots\dots$.

6. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Completați spațiile libere:

- a) $f(-2) = \dots\dots\dots$; b) $f(0) = \dots\dots\dots$;
c) $f(2) = \dots\dots\dots$; d) $f\left(\frac{1}{3}\right) = \dots\dots\dots$.

7. Se consideră funcția $f: \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \rightarrow A$.

- a) Dacă $f(x) = 2x + 1$, atunci $\text{Im } f = \dots\dots\dots$.
b) Dacă $f(x) = 3x - 2$, atunci $\text{Im } f = \dots\dots\dots$.
c) Dacă $f(x) = -4x + 5$, atunci $\text{Im } f = \dots\dots\dots$.

Rezolvare. a) $f(-2) = -3$, $f(-1) = -1$, $f(0) = 1$; $f(1) = 3$; $f(2) = 5$; $f(3) = 7$. Rezultă că $\text{Im } f = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7\}$.

ACUMULARE ȘI CONSOLIDARE

8. Se consideră funcția $f: \left\{1, 4, 16, 25, \frac{9}{49}, \frac{36}{25}\right\} \rightarrow A$, $f(x) = \sqrt{x}$. Determinați mulțimea $\text{Im } f$ a valorilor funcției f .

9. Se consideră funcția $f: \{-\sqrt{2}, 0, 3\sqrt{2}\} \rightarrow A$. Determinați $\text{Im } f$ dacă:

a) $f(x) = \sqrt{2}x + 5$; b) $f(x) = \sqrt{2}x - 3$; c) $f(x) = 2 - \sqrt{2}x$.

10. Precizați care din următoarele legi de corespondență reprezintă o funcție:

- a) $f: \{-1, 2, 3\} \rightarrow \{-3, 6, 9\}$, $f(x) = 3x$;
b) $g: \{-2, 1, 2\} \rightarrow \{-1, 1, 4\}$, $g(x) = x^2$;
c) $h: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \{-1, 0, 3\}$, $h(x) = x^3$;
d) $s: \{-4, 5\} \rightarrow \{-5, 0, 1, 4\}$, $s(x) = -x$.

11. Explicați dacă mulțimea indicată reprezintă graficul unei funcții definite pe mulțimea $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ cu valori în $\mathbb{R}$. În caz afirmativ, descrieți funcția printr-o diagramă.

- a) $G_f = \{(-2; 0); (-1; 0); (0; 1); (1; 1); (2; 2)\}$;
b) $G_g = \{(-2; -1); (-2; 0); (-1; -1); (0; -1); (1; 2)\}$;
c) $G_h = \{(-2; 1); (-1; -1); (0; -1); (1; 1); (1; 2); (2; 1)\}$.

12. a) Descrieți trei funcții definite pe mulțimea E a elevilor din clasa voastră cu valori în mulțimea $S = \{f; b\}$.

- b) Descrieți trei funcții definite pe mulțimea E a elevilor din clasa voastră cu valori în mulțimea $\mathbb{N}$.

Indicație. $f: E \rightarrow \mathbb{N}$, $f(e)$ = numărul curent din catalog al elevului e .

13. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 5$. Aflați:

- a) media aritmetică a numerelor $f(-2)$ și $f(-7)$;
b) media geometrică a numerelor $f(-2)$ și $f(-10)$.

14. Se consideră funcția $f: \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow B$. Determinați $\text{Im } f$ dacă:

a) $f(x) = |x + 3|$; b) $f(x) = |x - 2|$; c) $f(x) = |2x + 1|$.

15. Se consideră funcția $f: \{-2, -1, 0, 1\} \rightarrow \{-1, 1, 3, 5\}$. Precizați care dintre următoarele formule descriu funcția f :

a) $f(x) = x^2 - 1$; b) $f(x) = x^3$; c) $f(x) = 1 - 2x$.

16. Fie mulțimile $R = \left\{ 3, 14; \frac{7}{3}; 4; -1; -2\frac{1}{10}; \sqrt{10} \right\}$ și $I = \{-3; -1; 1; 2; 3; 4\}$.

- a) Descrieți prin tabel și precizați imaginea funcției $i: R \rightarrow I$, $i(x) = [x]$.
b) Scrieți elementele mulțimii G_i .

17. Fie mulțimile $R = \left\{ 7, 2; 3\frac{1}{2}; 5; -1, 4; -\frac{1}{3} \right\}$ și $F = \{0; 0, 2; 0, 5; 0, 6; 0, (6)\}$.

- a) Descrieți prin tabel și precizați imaginea funcției $z: R \rightarrow F$, $z(x) = \{x\}$.
b) Scrieți elementele mulțimii G_z .

18. Se consideră mulțimile $A = \left\{ -4; \frac{2}{5}; \pi; 0; \sqrt{3}; -\frac{3}{2} \right\}$ și $S = \{-1; 0; 1\}$.

- a) Descrieți printr-un tabel funcția $f: A \rightarrow S$, $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{pentru } x < 0 \\ 0, & \text{pentru } x = 0 \\ 1, & \text{pentru } x > 0 \end{cases}$.
b) Precizați imaginea funcției f și scrieți elementele mulțimii G_f .

19. Se consideră mulțimile $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ și $M = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

- a) Descrieți prin tabel și precizați imaginea funcției $g: A \rightarrow M$, $g(x) = |x|$.
b) Scrieți elementele mulțimii G_g .
c) Reprezentați geometric mulțimea G_g .

20. Se consideră mulțimea $A = \left\{ 0; 1; \frac{4}{9}; 1\frac{9}{25}; 10, 24; 11 \right\}$ și funcția $h: A \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h(x) = \sqrt{x}.$$

- a) Scrieți elementele mulțimii $\text{Im } h$ și efectuați $\mathbb{Q} \cap \text{Im } h$.
b) Descrieți printr-o formulă o funcție $p: \text{Im } h \rightarrow A$.

21. Stabiliți pentru care din următoarele funcții are loc relația $-2 \in \text{Im } f$:

- a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 11$; b) $f: \{-3, -2, -1, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 4$.
c) $f: [-3, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 3$; d) $f: \left(-\frac{5}{4}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 3$.

Indicație. a) Dacă $-2 \in \text{Im } f$, atunci există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $f(x) = -2$, adică $x^2 - 11 = -2$, de unde $x = 3$. Așadar, deoarece $f(3) = -2$, rezultă $-2 \in \text{Im } f$.

22. Se consideră mulțimile $M = \{28; 55; 27; 39\}$ și $N = \{9; 17; 13; 4; 5\}$. Verificați dacă asocierea: "oricare $x \in M$, $x \rightarrow y = f(x) \in N$, unde $f(x)$ este divizor al lui x ", reprezintă o funcție definită pe mulțimea M cu valori în mulțimea N .

23. Se consideră mulțimea $U = \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$. Determinați imaginile funcțiilor:

- a) $s: U \rightarrow \mathbb{R}$, $s(x) = \sin x$; b) $t: U \rightarrow \mathbb{R}$, $t(x) = \text{tg } x$.



APROFUNDARE ȘI DEZVOLTARE

24. Arătați că următoarele funcții sunt egale:

- a) $f: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$, $f(x) = x^2$ și $g: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$, $g(x) = |x|$;
b) $f, g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{x\}$ și $g(x) = (x - |x|)(x + |x|)$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real a ;
c) $f, g: (-1, 0) \cup (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = [x]$ și $g(x) = \frac{|x| - x}{2x}$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a ;

d) $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2|x|$ și $g(x) = (\sqrt{x^2 + 1})^2 - \sqrt{(x^2 + 1)^2}$;

25. Fie funcția $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x)$ = ultima cifră a numărului natural x .

- a) Determinați mulțimea $\text{Im } f$.
b) Calculați suma $S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(100)$.

26. Fie funcția $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n)$ = ultima cifră a numărului natural 3^n .

- a) Determinați mulțimea $\text{Im } f$.
b) Calculați suma $S = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2014)$.

27. a) Descrieți prin diagrame toate funcțiile care pot fi definite pe mulțimea $A = \{a; b; c\}$ cu valori în mulțimea $B = \{0; 1\}$.

b) Descrieți prin diagrame toate funcțiile care pot fi definite pe mulțimea $A = \{a; b\}$ cu valori în mulțimea $B = \{-1; 0; 1\}$.

CUNOAȘTERE ȘI EXERSARE

1. Se consideră funcțiile: $f: \{-1, 0, 4\} \rightarrow \{-8, -2, 0, 2\}$, $f(x) = -2x$
și $g: \{-1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 1, 4\}$, $g(x) = x^2$.

Atunci:

a) $G_f = \dots\dots\dots$; $G_g = \dots\dots\dots$.

Rezolvare. a) $f(-1) = 2$, $f(0) = 0$ și $f(4) = -8$. Rezultă $G_f = \{(-1, 2), (0, 0), (4, -8)\}$.

2. Determinați mulțimea valorilor funcției f (notată $\text{Im } f$):

a) $f: \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$; $\text{Im } f = \dots\dots\dots$;

b) $f: \{0, 1, 4, 5, 11\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 3$; $\text{Im } f = \dots\dots\dots$;

c) $f: \{-1, 0, 3, 5, 8\} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = -x + 4$; $\text{Im } f = \dots\dots\dots$;

d) $f: \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 10$; $\text{Im } f = \dots\dots\dots$;

e) $f: \{1, 5, 4, 3, 6\} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = \overline{x4}$; $\text{Im } f = \dots\dots\dots$;

f) $f: \{-1, 1, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$. $\text{Im } f = \dots\dots\dots$.

Rezolvare. f) Avem: $f(-1) = 1$, $f(2) = 4$ și $f(3) = 5$. Rezultă $\text{Im } f = \{1, 4, 5\}$.

3. a) Dacă $G_f = \{(-1, 1), (2, 4), (3, 8)\}$ este graficul funcției f , atunci domeniul de definiție al funcției f este $\dots\dots\dots$;

b) Dacă $G_f = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3)\}$ este graficul funcției f , atunci domeniul de definiție al funcției f este $\dots\dots\dots$;

c) Dacă $G_f = \{(-3, 1), (2, 3), (10, 8)\}$ este graficul funcției f , atunci domeniul de definiție al funcției f este $\dots\dots\dots$.

4. Se consideră funcția $f: \{-4, -3, -2, -1, 0\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $f(x) = -x$.

a) Valoarea de adevăr a propoziției „ $(-4, 4) \in G_f$ ” este $\dots\dots\dots$;

b) Valoarea de adevăr a propoziției „ $(-3, 0) \in G_f$ ” este $\dots\dots\dots$;

c) Valoarea de adevăr a propoziției „ $(0, 0) \in G_f$ ” este $\dots\dots\dots$;

d) Valoarea de adevăr a propoziției „ $(-2, 1) \in G_f$ ” este $\dots\dots\dots$;

5. a) Dacă $G_f = \{(-3, 3), (-1, 1), (0, 0), (6, 6)\}$ este graficul funcției f , atunci legea de corespondență a funcției f este $f(x) = \dots\dots\dots$;

b) Dacă $G_f = \{(-3, 9), (-2, 4), (4, 16), (7, 49)\}$ este graficul funcției f , atunci legea de corespondență a funcției f este $f(x) = \dots\dots\dots$;

c) Dacă $G_f = \{(-3, 3), (-2, 2), (0, 0), (7, 7)\}$ este graficul funcției f , atunci legea de corespondență a funcției f este $f(x) = \dots\dots\dots$;

6. Diagrama alăturată descrie o funcție $f: A \rightarrow B$.

a) Elementele domeniului de definiție sunt: $\dots\dots\dots$;

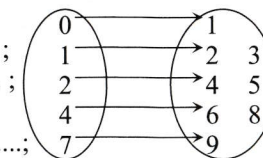
b) Elementele codomeniului funcției sunt: $\dots\dots\dots$;

c) Rezultatul calculului

$f(0) + f(1) \cdot f(7) - f(2) : 2 + f(4) : 3$ este: $\dots\dots\dots$;

d) Reprezentată printr-un tabel, aceeași funcție este:

x					
$f(x)$					



ACUMULARE ȘI CONSOLIDARE

7. Se consideră mulțimea $A = \{-3; -2; -1; 0; 1\}$. Descrieți funcțiile următoare printr-un tabel, scrieți mulțimea $\text{Im } f$ și reprezentați în plan G_f dacă:

a) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x$;

b) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x$;

c) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|$;

d) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -|x|$;

e) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$;

f) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$.

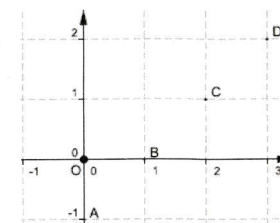
8. Figura alăturată, punctele A , B , C și D sunt reprezentarea grafică a unei funcții numerice $f: X \rightarrow Y$.

a) Scrieți elementele mulțimii X .

b) Scrieți elementele mulțimii $\text{Im } f$.

c) Descrieți aceeași funcție printr-un tabel.

d) Descrieți aceeași funcție printr-o formulă.



9. Se dă funcția $f: \{0; 1; 2\} \rightarrow \{3; 4; 5\}$, $f(x) = x + 3$.

a) Determinați mulțimea G_f .

b) Reprezentați grafic mulțimea G_f .

10. Se consideră funcția $f: \{1; 3; 5; 7\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 8$.

a) Determinați mulțimea G_f .

b) Reprezentați grafic mulțimea G_f .

11. Se consideră funcția $h: \{-4; -2; 0; 2; 4\} \rightarrow \{0; 2; 4\}$, $h(x) = |x|$.

a) Determinați mulțimea G_f .

b) Reprezentați grafic mulțimea G_f .

12. Stabiliți pentru care din următoarele funcții are loc relația $-2 \in \text{Im } f$:

Respect pentru drepturile de autor

a) $f: \{-2, -1, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 2;$

b) $f: \{-4, -2, 0, 2, 4, 6\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{2}x - 1;$

c) $f: \{-3\sqrt{2}, -\sqrt{8}, 0, \sqrt{2}\} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = -x\sqrt{2}.$

13. Verificați dacă următoarele funcții sunt egale:

a) $f, g: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x|$ și $g(x) = x^2;$

b) $f, g: \{-2, 0, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 4x$ și $g(x) = x(2 - |x|);$

c) $f, g: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2011} - x + 1$ și $g(x) = x^2 - |x| + 1.$

14. Se consideră funcțiile $f, g: \{-4; 0; 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x$ și $g(x) = x + 3.$

a) Reprezentați, în același sistem de coordonate, graficele funcțiilor f și g ;

b) Demonstrați că punctele care formează reprezentarea grafică a funcției g sunt coliniare.

15. Reprezentați grafic funcția $f: \left\{-\frac{3}{2}; -\sqrt{3}; -1; 0; 1; \frac{1}{2}; \sqrt{5}; 3\right\}$ dacă:

a) $f(x) = [x];$ b) $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{pentru } x < 0 \\ 1, & \text{pentru } x \geq 0 \end{cases};$ c) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{pentru } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{pentru } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}.$

16. Se consideră funcția $f: \{-1, 5, 17\} \rightarrow A, f(x) = -x + 7.$ Determinați numărul real a în cazurile:

a) $(-1, a) \in G_f;$ b) $(5, 2a) \in G_f;$ c) $(17, 5a) \in G_f.$



APROFUNDARE ȘI DEZVOLTARE

17. Se consideră funcția $f: \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1}, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 2^x, & \text{dacă } x > 0 \end{cases}.$

Calculați suma $S = f(-3) + f(-2) + f(-1) + 2f(0) + 3f(1) + 4f(2) + 5f(3).$

18. Arătați că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*,$ funcțiile $f, g: \{-1; 0; 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt egale, unde:

a) $f(x) = x$ și $g(x) = x^{2n+1};$

b) $f(x) = |x|$ și $g(x) = x^{2n}.$

19. Determinați numărul real m și reprezentați grafic funcția $f: \{0; 1; 2; 3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - m,$ știind că punctul $A(1, 5)$ aparține graficului funcției $f.$

20. Determinați numărul real m și reprezentați grafic funcția $f: \{1; 3; 5; 7\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2mx + 5,$ știind că punctul $A(m + 1, 2m + 13)$ aparține graficului funcției.

Tema 1.3.

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$

Definiție. Funcția de tipul $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b,$ unde $a, b \in \mathbb{R},$ se numește *funcție liniară*.

Dacă $a \neq 0,$ funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b,$ se numește *funcție de gradul I.*

Reprezentarea geometrică a graficului unei funcții liniare este o *dreaptă*.

1. Dacă $a \neq 0$ și $b = 0,$ funcția liniară $f(x) = ax$ are ca reprezentare geometrică o dreaptă care conține originea sistemului de coordonate.

2. Dacă $a = b = 0,$ funcția liniară $f(x) = 0$ este *funcția constantă nulă,* a cărei reprezentare geometrică este axa $Ox.$

3. Dacă $a = 0$ și $b \neq 0,$ funcția liniară $f(x) = b$ este o *funcție constantă nenulă,* a cărei reprezentare geometrică este o dreaptă paralelă cu axa $Ox.$

Funcții liniare egale. Funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, g(x) = cx + d$ sunt egale dacă și numai dacă $a = c$ și $b = d.$

Intersecțiile graficului unei funcții de gradul întâi cu axele de coordonate

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b,$ unde $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0.$ Atunci :

$$G_f \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}, 0\right) \quad \text{și} \quad G_f \cap Oy = B(0, b).$$



CUNOAȘTERE ȘI EXERSARE

1. Următoarele funcții sunt de forma $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b,$ unde $a, b \in \mathbb{R}.$

a) Dacă $f(x) = 3x + 2,$ atunci $a = \dots$ și $b = \dots;$

b) Dacă $f(x) = 2x - 3$ atunci $a = \dots$ și $b = \dots;$

c) Dacă $f(x) = x - 2$ atunci $a = \dots$ și $b = \dots;$

d) Dacă $f(x) = -4x$ atunci $a = \dots$ și $b = \dots;$

e) Dacă $f(x) = 7$ atunci $a = \dots$ și $b = \dots;$

f) Dacă $f(x) = \frac{3x-2}{2}$ atunci $a = \dots$ și $b = \dots.$

Rezolvare. f) $f(x) = \frac{3x-2}{2} = \frac{3}{2}x - \frac{2}{2} = \frac{3}{2}x - 1,$ deci $a = \frac{3}{2}$ și $b = -1.$

2. Pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x - 3,$

a) $f(2) = \dots;$ b) $f(0) = \dots;$ c) $f(1) = \dots;$ d) $f(-1) = \dots.$